

一次方程式から連立方程式まで

2016. 8. 26 武田

1. 方程式（「=」記号の入った文字式。等式とも言う）は、下図のような^{てんびん}天秤における釣り合った状態をさす。

等号の左右の両辺に、同じものであれば何を加減乗除しても釣り合いは取れている。



$A=B$ において、

$$A + a = B + a$$

$$A - a = B - a$$

$$A \times a = B \times a$$

$$A \div a = B \div a$$

割り算は、分数表示できるので、

$$\frac{A}{a} = \frac{B}{a}$$

2. 式変形その1「移項の仕組み」

(理由)

$$x + c = b \text{ ならば、 } x = b - c$$



符号を変えて移項する

$$\begin{aligned} X+c &= b \\ X+c-c &= b-c \\ X &= b-c \end{aligned}$$

3. 式変形その2「xの係数の外し方」

(理由)

$$ax = b \text{ ならば、 } x = \frac{b}{a}$$



分母へ持って行く

$$\begin{aligned} aX &= b \\ \frac{aX}{a} &= \frac{b}{a} \\ X &= \frac{b}{a} \end{aligned}$$

4. 「比と分数と割り算は、みな兄弟」

$$\text{比 } 2:3 \Rightarrow \text{分数 } 2/3 \text{ または } \frac{2}{3} \Rightarrow \text{割り算 } 2 \div 3$$

5. 一次方程式 $2x + 3 = 7$ を解きなさい。

未知数は1個 (x) \Rightarrow 式1つ

$$\begin{aligned}2X + 3 &= 7 \\2X &= 7 - 3 \\2X &= 4 \\X &= \frac{4}{2} \\X &= 2\end{aligned}$$

6. 連立方程式 $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$ を解きなさい。

未知数は2個 (x, y) \Rightarrow 式2つ

<加減法による解法>

(消去法とも言う)

$$\begin{cases} x - 2y = 5 & \dots\dots ① \\ 2x - y = 4 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} x - 2y = 5 \\ -) 4x - 2y = 8 \quad \dots\dots ② \times 2 \\ \hline -3x \quad \quad = -3 \end{array}$$

$$x = \frac{-3}{-3} = +1 \quad \dots\dots ③$$

$$\begin{aligned}(1) - 2y &= 5 \\ -2y &= 5 - 1 \\ -2y &= 4 \\ y &= \frac{4}{-2} = -2\end{aligned}$$

$$\underline{\underline{A. x = 1, y = -2}}$$

①と②の2式を見て、未知数x、yのどちらを先に消すか考える。(ここではyを先に消すことにしよう)

②に2をかけて、引くと、 $-2y$ が消去される。

③を①のxに代入する。「xは()と友だち」と覚えよう。

7. 文字式の計算その1「同類項の計算」

文字式の計算の途中で出てくる同類項の扱いについて確認する。

$$\begin{aligned}x - 4x &= (1 - 4)x \\ &= (-3)x \\ &= -3x \\ -2y - (-2y) &= -2y + 2y \\ &= (-2 + 2)y \\ &= (0)y \\ &= 0\end{aligned}$$

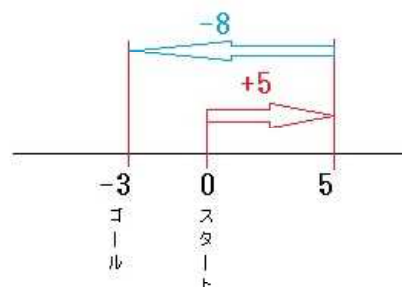
8. 正負の数の計算の確認

$$5 - 8 =$$

小学校で学んだ引き算の感覚からいくと、

5から8は取れなかった。

中学校で正負の数を学習し、+は右方向移動
-は左方向移動という新しいルールが導入されると、右図のように「-3」という答えが出る。



<覚え方>

5 - 8の計算を、「+5 - 8」と見て、大きい数8の符号を選ぶ。次に、大きい数8から小さい数5を必ず引き算すると、「-3」となるので、この覚え方が大事になる。「-5 + 8」も同様なので、これを異符号の場合とする。

なお、同符号の場合は、「-5 - 8」や「+5 + 8」では、共通の符号を選び、必ず足し算をする。「-13」や「+13」が答えとなる。

9. 連立方程式 $\begin{cases} x = 2y + 5 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$ を解きなさい。

<代入法による解法>

$$\begin{cases} x = 2y + 5 & \dots\dots ① \\ 2x - y = 4 & \dots\dots ② \end{cases}$$

①と②の2式を見て、未知数のx, yが、「x=」とか「y=」とかになっているときは、代入法を使う。

$$2(\quad) - y = 4$$

↑
ここに①の右辺 $2y + 5$ を代入する

①を②に代入する。そのとき、②の「xを友だちの()」に直す。

$$\begin{aligned} 2(2y + 5) - y &= 4 \\ 4y + 10 - y &= 4 \\ (4 - 1)y &= 4 - 10 \\ 3y &= -6 \\ y &= \frac{-6}{3} = -2 \quad \dots\dots ③ \end{aligned}$$

()の外し方は、分配法則を使う。

$$x = 2(\quad) + 5$$

↑
ここに③の「-2」を代入する

①の右辺のyを()に直し、そこに③を代入する。

$$\begin{aligned} x &= 2(-2) + 5 \\ &= -4 + 5 = 1 \end{aligned}$$

A. $x = 1, y = -2$

10. 文字式の計算その2「分配法則」

$$2(2y + 5) = 2 \times 2y + 2 \times 5 = 4y + 10$$

1 1. 分数係数の連立方程式

$$\begin{cases} 3x + 5y = 1 \\ \frac{x}{9} - \frac{y}{3} = -1 \end{cases}$$

分数係数の式の分母の最小公倍数を、両辺にかける。ここでは、9と3より最小公倍数は9なので、②×9とすると、分数係数が消える。

または、2つの分母の積 $9 \times 3 = 27$ をかけても同じである。②×27
その後は、普通の連立方程式の解法を利用するだけである。

$$\underline{A. \quad x = -3, \quad y = 2}$$

1 2. 小数係数の連立方程式

$$\begin{cases} 0.2x - 0.3y = 1 \\ 5x + y = 8 \end{cases}$$

小数係数の式の両辺に、10または100をかけると、小数係数が消える。

その後は、普通の連立方程式の解法を利用するだけである。

$$\underline{A. \quad x = 2, \quad y = -2}$$

13. $A=B=C$ の形の連立方程式

$$x + y + 1 = 4x + 3y - 4 = 3x - 2y + 2$$

左辺と中辺、中辺と右辺をセットにして、連立方程式を作る。

$$\begin{cases} x + y + 1 = 4x + 3y - 4 & \dots\dots ① \\ 4x + 3y - 4 = 3x - 2y + 2 & \dots\dots ② \end{cases}$$

①より、 $-3x - 2y = -5$

両辺にマイナスをかけて、

$$3x + 2y = 5 \quad \dots\dots ③$$

②より、 $x + 5y = 6 \quad \dots\dots ④$

その後は、③と④の普通の連立方程式の解法利用するだけである。

A. $x = 1, y = 1$