

ラジアンについて

円周率(π)を求める方法で、外接多角形の辺と内接多角形の辺を利用する方法は、アルキメデスさんによって考へ出されました。

外接多角形の辺 > 円周 > 内接多角形の辺
はさみうち法です。

外接と内接の辺を等化させた平均を求め
てみると(外接 + 2×内接) ÷ 3 とすると
円周率(π)の数値の精度が良くなります。
理由は、

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

$$\tan x = x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + \frac{17}{315}x^7 + \dots$$

にあります。

この場合の x はラジアンによるものです。

対数において、 e の役割が大きいように、
三角関数においてのラジアンの役割も大きいと
思います。

ではラジアンは何かとして見つけられた
のでしょうか。以下は、1つの考へ方です。
もっとよい方法があるか、さるとあると思います。

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

私は、 \cos に始まり、 \tan までと考へます。
使う公式は、

$$\text{半角の公式} \quad \cos^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1 + \cos \theta}{2}$$

$$\text{加法の公式} \quad \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta$$

$$- \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

です。

数値は CASIO fx-350MS を使用して
求めました。

$\cos 45^\circ$ より始めます。

$$22.5^\circ$$

$$11.25^\circ$$

$$5.625^\circ$$

$$2.8125^\circ$$

$$1.40625^\circ$$

$$0.703125^\circ$$

$$0.3515625^\circ$$

$$0.1757812^\circ$$

$$0.0878906^\circ$$

$$0.0439453^\circ$$

$$\cos 5.625^\circ \approx 0.995184726$$

$$5.625$$

$$0.3515625$$

$$0.1757812$$

$$+ 0.0439463$$

$$\hline 0.571289$$

$$\cos 0.571289^\circ \approx 0.999950291$$

$$5.625 + 0.0878906 = 5.7128906$$

$$\cos 5.7128906^\circ \approx 0.995033199$$

$$360 \div 5.7128906 \div 2 = \underline{\underline{31.507692}}$$

$$319$$

① $\cos 5.7128906^\circ$ と 0.571289° の共通点

② 995 という数値

③ 315 と 319