

# 第3章 (案)

M乗数の数列の和を求める  
階差0項数列を使って

## 階差を使って

① 階差とは  
M=1の場合

	0	1	3	6	10	15	21
(0)	1	2	3	4	5	6	
(1)		1	1	1	1		
(0)	0	0	0	0	0		

M=2の場合

	0	1	5	14	30	55	91
(0)	1	4	9	16	25	36	
(1)		3	5	7	9	11	
(2)			2	2	2	2	
(0)	0	0	0	0	0		

M=3の場合

	0	1	9	36	100	225	441
(0)	1	8	27	64	125	216	
(1)		7	19	37	61	91	
(2)			12	18	24	30	
(3)				6	6	6	
(0)	0	0	0	0	0		

一番左の数字の列を階差0項数列という

$N, N^2, N^3$ の和の場合

( )の数字は  $N, N^2, N^3$ の場合

## ② 階差0項数列の規則性

1						$N$
1	1					$\Sigma N$
(x1)	(x2)					$N^2$
1	2					$\Sigma N^2$
1	3	2				$N^3$
(x1)	(x2)	(x3)				$\Sigma N^3$
1	6	6				$N^4$
1	7	12	6			$\Sigma N^4$
(x1)	(x2)	(x3)	(x4)			$N^5$
1	14	36	24			$\Sigma N^5$
1	15	50	60	24		$N^6$
(x1)	(x2)	(x3)	(x4)	(x5)		
1	30	150	240	120		
1	31	180	390	360	120	
(x1)	(x2)	(x3)	(x4)	(x5)	(x6)	
1	62	540	1560	1800	720	

## ③ 階差0項数列の変化の規則性は

$N$	0	1	0		
$2N$	0	2	0		
$3N$	0	3	0		
$N^2$	0	1	2	0	
$N^2 + N$	0	2	2	0	
$N^2 + 2N$	0	3	2	0	
$N^2 + 3N$	0	4	2	0	
$2N^2$	0	2	4	0	
$2N^2 + N$	0	3	4	0	
$2N^2 + 2N$	0	4	4	0	
$N^3$	0	1	6	6	0
$N+1$	1	1	0		
$N^2+1$	1	1	2	0	
$N^3+1$	1	1	6	6	0

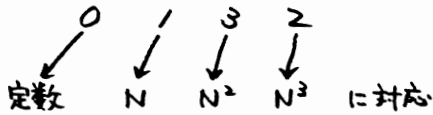
④ 階差 0 項数列の使い方

M=2 の場合

$$\begin{array}{r}
 N^3(1.6.6) \times \frac{1}{3} \quad \begin{array}{r} 0 \quad 1 \quad 3 \quad 2 \\ - \quad \frac{1}{3} \quad 2 \quad 2 \\ \hline \frac{2}{3} \quad 1 \end{array} \\
 N^2(1.2) \times \frac{1}{2} \quad \begin{array}{r} - \quad \frac{1}{2} \quad 1 \\ \hline \frac{1}{6} \end{array} \\
 N(1) \times \frac{1}{6} \quad \begin{array}{r} - \quad \frac{1}{6} \\ \hline 0 \end{array}
 \end{array}$$

$N^2$  の和は  $\frac{1}{3}N^3 + \frac{1}{2}N^2 + \frac{1}{6}N$

右から数をとります。



M=3 の場合

$$\begin{array}{r}
 N^4(1.14.36.24) \times \frac{1}{4} \quad \begin{array}{r} 0 \quad 1 \quad 7 \quad 12 \quad 6 \\ - \quad \frac{1}{4} \quad \frac{7}{2} \quad 9 \quad 6 \\ \hline \frac{3}{4} \quad \frac{7}{2} \quad 3 \end{array} \\
 N^3(1.6.6) \times \frac{1}{2} \quad \begin{array}{r} \frac{1}{2} \quad 3 \quad 3 \\ \hline \frac{1}{4} \quad \frac{1}{2} \end{array} \\
 N^2(1.2) \times \frac{1}{4} \quad \begin{array}{r} - \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{2} \\ \hline 0 \quad 0 \end{array}
 \end{array}$$

$N^3$  の和は  $\frac{1}{4}N^4 + \frac{1}{2}N^3 + \frac{1}{4}N^2$

M=4 の場合

$$\begin{array}{r}
 N^5(1.30.150.240.120) \times \frac{1}{5} \quad \begin{array}{r} 0 \quad 1 \quad 15 \quad 50 \quad 60 \quad 24 \\ - \quad \frac{1}{5} \quad 6 \quad 30 \quad 48 \quad 24 \\ \hline \frac{4}{5} \quad 9 \quad 20 \quad 12 \end{array} \\
 N^4(1.14.36.24) \times \frac{1}{2} \quad \begin{array}{r} - \quad \frac{1}{2} \quad 7 \quad 18 \quad 12 \\ \hline \frac{3}{10} \quad 2 \quad 2 \end{array} \\
 N^3(1.6.6) \times \frac{1}{3} \quad \begin{array}{r} - \quad \frac{1}{3} \quad 2 \quad 2 \\ \hline - \quad \frac{1}{30} \end{array} \\
 N(1) \times (-\frac{1}{30}) \quad \begin{array}{r} \frac{1}{30} \\ \hline 0 \end{array}
 \end{array}$$

$\frac{1}{5}N^5 + \frac{1}{2}N^4 + \frac{1}{3}N^3 - \frac{1}{30}N$

M=5 の場合

$$\begin{array}{r}
 N^6(1.62.540.1560.1800.720) \times \frac{1}{6} \quad \begin{array}{r} 0 \quad 1 \quad 31 \quad 180 \quad 390 \quad 360 \quad 120 \\ - \quad \frac{1}{6} \quad \frac{31}{3} \quad 90 \quad 260 \quad 300 \quad 120 \\ \hline \frac{5}{6} \quad \frac{62}{3} \quad 90 \quad 130 \quad 60 \end{array} \\
 N^5(1.30.150.240.120) \times \frac{1}{2} \quad \begin{array}{r} - \quad \frac{1}{2} \quad 15 \quad 75 \quad 120 \quad 60 \\ \hline \frac{1}{3} \quad \frac{17}{3} \quad 15 \quad 10 \end{array} \\
 N^4(1.14.36.24) \times \frac{5}{12} \quad \begin{array}{r} - \quad \frac{5}{12} \quad \frac{35}{6} \quad 15 \quad 10 \\ \hline - \quad \frac{1}{12} \quad - \frac{1}{6} \end{array} \\
 N^2(1.2) \times (-\frac{1}{12}) \quad \begin{array}{r} \frac{1}{12} \quad \frac{1}{6} \\ \hline 0 \quad 0 \end{array}
 \end{array}$$

$\frac{1}{6}N^6 + \frac{1}{2}N^5 + \frac{5}{12}N^4 - \frac{1}{12}N^2$

2000.9 1-1

階差分析

$$\begin{array}{r}
 0+1+1+1 \\
 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \\
 1 \quad 1 \quad 1 \\
 0 \quad 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 1+2+3 \\
 1+3+6 \\
 1+3
 \end{array}$$

$n+1$

$2n+1+n+1$

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 3+4+5 \\
 2+5+4 \\
 3+5
 \end{array}$$

$2n+1$

$$\begin{array}{r}
 6 \times 2 \quad 6 \times 3 \quad 6 \times 4 \quad 6 \times 5 \\
 12 \quad 18 \quad 24 \quad 30 \\
 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\
 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4
 \end{array}$$

$6(2n+1)$

$3(2n+1)+3$   
 $3(2n+2)$

①

$0+1+2+3+4+\dots$

$$\begin{array}{r}
 0 \quad 1 \quad 3 \quad 6 \quad 10 \\
 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \\
 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\
 0 \quad 0 \quad 0
 \end{array}$$

②

$0+1+4+9+16+25+\dots$

$$\begin{array}{r}
 0 \quad 1 \quad 5 \quad 14 \quad 30 \quad 55 \\
 0 \quad 1 \quad 4 \quad 9 \quad 16 \quad 25 \quad 36 \\
 1 \quad 3 \quad 5 \quad 7 \quad 9 \\
 2 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \\
 0 \quad 0
 \end{array}$$

③

$0+1+8+27+64+125+216+\dots$

$$\begin{array}{r}
 0 \quad 1 \quad 8 \quad 27 \quad 64 \quad 125 \quad 216 \\
 0 \quad 1 \quad 8 \quad 27 \quad 64 \quad 125 \quad 216 \\
 1 \quad 7 \quad 19 \quad 37 \quad 61 \quad 91 \quad 125 \\
 6 \quad 12 \quad 18 \quad 24 \quad 30 \\
 6 \quad 6 \quad 6 \quad 6 \quad 6 \\
 0 \quad 0 \quad 0
 \end{array}$$

No. Date

$4n^3 + 6n^2 + 4n + 1$

$4 \cdot 6 \cdot 4 \rightarrow 14$

$32+8 \rightarrow 64 \quad 65$   
 $4 \times 6 = 24$

$27 \times 4 = 108 \quad 174 \quad 174-175$   
 $3 \times 4 = 12 \quad 120$   
 $120 \quad 54 \rightarrow 9 \times 6$

$$\begin{array}{r}
 12 \quad 48 \\
 24 \quad 48 \\
 14 \quad 14 \quad 50 \\
 110
 \end{array}$$

$12+24=36 \quad 14$   
 $12+36=48 \quad 2$

$$\begin{array}{r}
 12 \times 4 = 48 \\
 36 \times 2 = 72 \\
 12
 \end{array}$$

$4 \times 6^3 \quad 1105$   
 $6 \times 6^2 \quad 864$   
 $4 \times 6 \quad 216$   
 $24$   
 $1$

$12 \times 4 = 48$   
 $36 \times 2 = 72 \quad 120$

④

$0+1+16+81+256+625+1296+2401$

$$\begin{array}{r}
 0 \quad 1 \quad 17 \quad 98 \quad 354 \quad 979 \quad 2275 \quad 4676 \\
 1 \quad 16 \quad 81 \quad 256 \quad 625 \quad 1296 \quad 2401 \\
 1 \quad 15 \quad 65 \quad 175 \quad 369 \quad 671 \quad 1105 \\
 5 \quad 110 \quad 174 \quad 302 \quad 434 \\
 6 \quad 60 \quad 84 \quad 108 \quad 132 \\
 24 \quad 24 \quad 24 \quad 24 \\
 0 \quad 0
 \end{array}$$

719

- $4n^5 + 6n^2 + 4n + 1$
- $12n^2 + 24n + 14 \quad 12(n+1)^2 + 2$
- $26 + 24n \quad 24(76+1) + 12$   
 $12(27n+3)$

$12+12=24 \rightarrow 26$   
 $24+48=72 \rightarrow 32$   
 $12 \quad 13 \quad 14 \quad 12, 13, 25$

0 → 0.1.0.

$$12(n^2 + 2n + 1) + 2 = 12n^2 + 24n + 14$$

0	12	24
50	36	24
110	60	24
194	84	24
302	108	24
434	132	24

50	- 24 × 2 + 2	12 × 4 + 2
110	- 24 × 4 + 14	12 × 9 + 2
194	- 24 × 8 + 2	12 × 16 + 2
302	- 24 × 12 + 14	12 × 25 + 2
434	- 24 × 18 + 2	12 × 36 + 2

左下の数字

0 → 0.1.0

- ① 0.1.1.0
- ② 0.1.3.2.0
- ③ 0.1.7.12.6.0
- ④ 0.1.15.50.60.24.0

(規則性・作11行)

$$\begin{pmatrix} 1 \\ x_1 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow 0$$

1	1				
(x1)	(x2)				
1	2				
1	3	2			
(x1)	(x2)	(x3)			
1	6	6			
1	7	12	6		
(x1)	(x2)	(x3)	(x4)		
1	14	36	24		
1	15	50	60	24	

(性推)

- (0 → 1 → 1.1) ?
- ① 1 + 1 = 2 = 2!
  - ② 2 + 3 + 1 = 6 = 3!
  - ③ 6 + 12 + 7 - 1 = 24 = 4!
  - ④ 24 + 60 + 50 - 15 + 1 = 120 = 5!

$$5040 + 20160 + 31920 - 25200 + 10206 - 1932 + 127 - 1 = 40320 = 8!$$

$$0.125 = \frac{1}{8}n^3 + \frac{1}{2}n^2 + \dots$$

$$+ \boxed{n^6} + \boxed{n^4} + \boxed{n^2}$$

1	15	50	60	24					
(x1)	(x2)	(x3)	(x4)	(x5)					
1	30	150	240	120					
1	31	180	390	360	120				
(x1)	(x2)	(x3)	(x4)	(x5)	(x6)				
1	62	540	1560	1800	720				
1	63	602	2100	3360	2520	720			
x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7			
1	126	1806	3400	6800	15120	5040			
1	127	1932	4026	8520	21840	20160	5040		

24 + 60 + 50 - 15 + 1 = 120 = 5!  
 120 + 360 + 390 - 180 + 31 - 1 = 720 = 6!  
 720 + 2520 + 3360 - 2100 + 602 - 63 + 1 = 5040 = 7!

$$\frac{40}{35} = \frac{8}{7} \cdot \frac{1260}{1260} = \frac{8}{7} \cdot \frac{10}{7} = \frac{80}{49}$$

$$\frac{300}{210} = \frac{10}{7} \cdot 50 - 15 \times 2 \times 5 = 40$$

$$390 - 180 \times 2 = 30$$

2	1
20	7

$$\frac{1}{7} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{10}{7} \cdot \frac{14}{7} \cdot \frac{22}{7}$$

2000.10 1-1

数字数列の字を与えて一般式を作る場合  
 $ax^2+bx^2+cx^2+...+px+q$  位の数は  $6n+2+d$   
 数字数列の項数は  $n$  ならば一般式は何次式か  
 数字を  $n$  代入して  $6n+2+d$  を得る。

0 1 2 3 4 5  
 1 1 1 1 1  
 0 0 0 0  
 n 番目の数は n.  
 1次式で表す。

0 1 4 9 16 25  
 1 3 5 7 9  
 2 2 2 2  
 0 0 0  
 n 番目の数は  $n^2$   
 2次式で表す。

0 1 8 27 64 125  
 1 7 19 37 61  
 6 12 18 24  
 6 6 6  
 0 0  
 n 番目の数は  $n^3$   
 3次式で表す。

0 2 6 12 20 30  
 2 4 6 8 10  
 2 2 2 2  
 0 0 0  
 n 番目の数は  $n+n^2$   
 2次式で表す。

$n^2+2n$  の場合は  
 0 3 8 15 24 35  
 3 5 7 9 11  
 2 2 2 2  
 0 0 0

$n^2+3n$  の場合は  
 0 4 10 18 28 40  
 4 6 8 10 12  
 2 2 2 2  
 0 0 0

n 0. 1. 0  
 $n^2$  0. 1. 2. 0  
 $n^3$  0. 1. 6. 6. 0  
 $n^2+n$  0. 2. 2. 0  
 $n^2+2n$  0. 3. 2. 0  
 $n^2+3n$  0. 4. 2. 0  
 $2n^2$  0. 2. 4. 0  
 $2n^2+n$  0. 3. 4. 0  
 $2n^2+2n$  0. 4. 4. 0

$2n^2+n$  の場合  
 0 3 10 21 36 55  
 3 7 11 15 19  
 4 4 4 4  
 0 0 0

$2n^2+2n$  の場合  
 0 4 12 24 40 60  
 4 8 12 16 20  
 4 4 4 4  
 0 0 0

$2n^2$  の場合  
 0 2 8 18 32 50  
 2 6 10 14 18  
 4 4 4 4  
 0 0 0

2n  
 0. 2. 4. 8  
 2 2 2  
 0 0  
 3n  
 0. 3. 6. 9  
 3 3 3  
 0 0

n 0. 1. 0      2n 0. 2. 0  
 $n^2$  0. 1. 2. 0      3n 0. 3. 0  
 $n^3$  0. 1. 6. 6. 0  
 $n^2+n$  0. 2. 2. 0  
 $n^2+2n$  0. 3. 2. 0  
 $n^2+3n$  0. 4. 2. 0  
 $2n^2$  0. 2. 4. 0  
 $2n^2+n$  0. 3. 4. 0  
 $2n^2+2n$  0. 4. 4. 0

0と0を代入して  $2n^2$  で表す。  
 0. 1. 2. 0 などは  $n^2$  の係数  
 $n=1$  のとき  $n$  の係数

0 7. 4. 0 の場合  
 2. 4      →  $2n^2$   
 4          →  $5n$

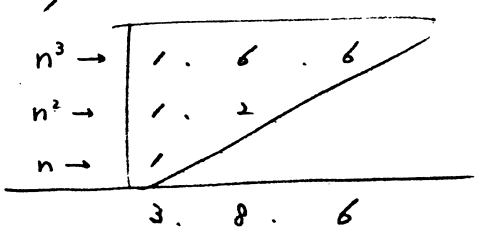
No. 27 20 64  
Date

$n^3 + n^2 + n$  の場合

0	3	14	39	84	155
3	11	25	45	71	
8	14	20	26		
6	6	6			
0	0				

84  
-39  
45  
-25  
20  
-14  
6  
-6  
0

0	3	8	6	0
-	1	6	6	
<hr/>				
	2	2	0	
-	1	2		
<hr/>				
	1			



$2n^3 + n^2 + n$  の場合

0	4	22	66	148	280
4	18	44	82	132	
14	26	38	50		
12	12	12			
0	0				

2 3 4  
4 9 16  
16 25 36  
0 0 0

0	4	14	12	0
-	2	12	12	
<hr/>				
	2	2		
-	1	2		
<hr/>				
	1			

係数の  
分数  
の場合  
は

$2n^3$	→	2	12	12
$n^2$	→	1	2	
$n$	→	1		
<hr/>				
		4	14	12

No. 27 20 64  
Date

0	1	3	6	10	15
1	2	3	4	5	
1	1	1	1	1	
0	0	0			

0	1	1	0
(1/2)	0.5	1	
<hr/>			
1/2	0.5		

$\frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$   
 $\frac{1}{3}n^3 + \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{6}n$

0	1	5	14	30	55
0	1	4	9	16	25
3	5	7	9		
2	2	2			
0	0				

0	1	3	2	0
1/3	1/3	2	2	
1/2	2/3	1		
1/6	1/2	1		
<hr/>				
	1			

①  $n^1$  の場合  $1 \rightarrow n$   
 $+ n \leftarrow 1$   $\div 2$

②  $n^2$  の場合 連立方程式

③  $n^3$  の場合  $n^2$  の 2 乗

④  $n^4$  の場合 階差法利用法

⑤  $n=10, n=1000$  値の  
利用

$n^5$  の場合何?