武田 利一 様

2010.4.9

林 邦英

第5章 三角数、台形数について（案）の続きを書きました。

D(1,30,150,240,120)−n についてを作るにあたり、c, d, e の係数を決定するために多くの数値計算を必要としました。今後の課題です。

北海道の加藤 秀隆さんにいただいた手紙を参考にさせていただきました。ありがとうございます。

台形数 D(1, 14, 36, 24) − n の構造

n

1　　1 14 36 24
2　　1 15 50 60 24
3　　1 16 65 110 84 24
4　　1 17 81 175 194 108 24
5　　1 18 98 256 369 302 132 24
6　　1 19 116 354 625 671 434 156 24
1　　20 135 470 979 1296 1105 590 180 24
2　　155 605 1449 2275 2401 1695 770 204　⓪
3　　760 2054 3724 4676 4096 2465 974　①
4　　2814 5778 8400 8772 6561 3439　②
5　　8592 14178 17172 15333 10000　③
N　6　　22770 31350 32505 25333　④
7　　54120 63855 57838　⑤
8　　117975 121693　⑥
−n　9　　239668　⑦
10　　⑧

(1) $\frac{1}{3!}(24N^3-36N^2+24N-6)$

(2) $\frac{1}{4!}N(24N^3+0+0+0)$

(3) $\frac{1}{5!}N(N+1)(24N^3+36N^2+4N-4)$

(4) $\frac{1}{6!}N(N+1)(N+2)(24N^3+72N^2+36N-12)$

(5) $\frac{1}{7!}N(N+1)(N+2)(N+3)(24N^3+108N^2+96N-18)$

(6) $\frac{1}{8!}N(N+1)(N+2)(N+3)(N+4)$
$(24N^3+144N^2+184N-16)$

台形数の一般項を表わす式の3つの部分

D(1, 14, 36, 24) − 4

$\underbrace{\frac{1}{6!}}_{A}\quad \underbrace{N(N+1)(N+2)}_{B}\quad \underbrace{(24N^3+72N^2+36N-12)}_{C}$

A について

$\frac{1}{(n+2)!}$　　$\frac{1}{(n+D\text{の項数}-2)!}$

B について

$n=p$　　$N(N+1)(N+2)\cdots(N+p-2)$

$n=1$　1　　$n=2$　N　　$n=3$　N(N+1)

C について　aN^3+bN^2+cN+d

$a=24$　定数

$b=36n-72$　一次式

$c=14n^2-66n+76$　二次式

$d=1n^3-11n^2+32n-28$　三次式

D(2, 3, 4) − n

−n

(1) $1/2!\ (4N^2-6N+6)$

(2) $1/3!\ N(4N^2-3N+11)$

(3) $1/4!\ N(N+1)(4N^2+0+20)$

(4) $1/5!\ N(N+1)(N+2)(4N^2+3N+33)$

(5) $1/6!\ N(N+1)(N+2)(N+3)(4N^2+6N+50)$

5　6　11　20　33　50　c−0
1　5　9　13　17　c−1
4　4　4　4　c−2

(aN^2+bN+c)

$a=4$

$b=3n-9$

$c=2n^2-n+5$

n=2 が基準の式です。

台形数と階差数列

D(1, 14, 36, 24) − n

0　1 14 36 24　0
1 15 50 60 24　0
1 16 65 110 84 24　0
1 17 81 175 194 108 24　0
1 18 98 256 369 302 132 24
19 116 354 625 671 434 156 24
135 470 979 1296 1105 590 180
605 1449 2275 2401 1695 770
2054 3724 4676 4096 2465 974

階差数列　M=4

0　1　16　81　256　625　1296　M−4−0
1　15　65　175　369　671　M−4−1
14　50　110　194　302　M−4−2
36　60　84　108　M−4−3
24　24　24　24　M−4−4
0　0　0

台形数は階差数列を上に拡張したものです。

計算方法を「たし算」にするために向きを変えました。

台形数 D(1, 30, 150, 240, 120)$-n$ について

$-n$

① 1 30 150 240 120

② 1 31 180 390 360

③ 1 32 211 570 750 480

④ 1 33 243 781 1320 1230

⑤ 1 34 276 1024 2101 2550 1830

⑥ 1 35 310 1300 3125 4651 4380

⑦ 1 36 345 1610 4425 7776 9031

⑧ 1 37 381 1955 6035 12201 16807

⑨ 1 38 418 2336 7990 18236 29008

⑩ 1 39 456 2754 10326 26226 47244

⑪ 1 40 495 3210 13080 36552 73470

1 41 535 3705 16290 49632 110022

576 4240 19995 65922 159654

1816 24235 85917 225576

26051 110152 311493

$-n$

(1) $\frac{1}{4!}$

$(120N^4 - 240N^3 + 240N^2 - 120N + 24)$

(2) $\frac{1}{5!}\ N$

$(120N^4 + 0 + 0 + 0 + 0)$

(3) $\frac{1}{6!}\ N(N+1)$

$(120N^4 + 240N^3 + 60N^2 - 60N + 0)$

(4) $\frac{1}{7!}\ N(N+1)(N+2)$

$(120N^4 + 480N^3 + 420N^2 - 120N - 60)$

(5) $\frac{1}{8!}\ N(N+1)(N+2)(N+3)$

$(120N^4 + 720N^3 + 1080N^2 + 0 - 240)$

(6) $\frac{1}{9!}\ N(N+1)(N+2)(N+3)(N+4)$

$(120N^4 + 960N^3 + 2040N^2 + 480N - 576)$

$(aN^4 + bN^3 + cN^2 + dN + e)$

$a = 120$

$b = 240n - 480$

$c = 150n^2 - 690n + 780$

$d = 30n^3 - 270n^2 + 720n - 600$

$e = 1n^4 - 24n^3 + 131n^2 - 264n + 180$

$n = 7$

$\frac{1}{10!}\ N(N+1)(N+2)(N+3)(N+4)(N+5)$

$(120N^4 + 1200N^3 + 3300N^2 + 1500N - 1080)$

$n = 8$

$\frac{1}{11!}\ N(N+1)(N+2)(N+3)(N+4)(N+5)(N+6)$

$(120N^4 + 1440N^3 + 4860N^2 + 3240N - 1740)$