

武田 利一 様

2010.11.26

林 邦英

回文構造の利用法を書きました。同じ強弱が「1」以外をはさむ場合の計算法をどのように説明するのかで悩みました。 n 型と $2n$ 型のちがいを整理することで解決しました。

回文構造の利用法

平山 諦さんの書かれた「算術を中心とした和算史三の巻」(ちくま学芸文庫)の第3章計算を友として久留島義太の近似分数(P.267~P.278)を参考にします。P.276「安島直円はこれを計算して、強弱が一つはさんで一致する場合や、強弱がづいて相等しくなる場合などに与えた久留島義太の法則を説明している。」回文構造の利用法は2つあることを示しています。前者の場合をさらに2つに分け、「弱」をばさむ例として $\sqrt{67}$ 、「強」をばさむ例として $\sqrt{560}$ の場合を紹介しています。後者の例として $\sqrt{3}$ の場合を紹介しています。この場合は、弱1を使い強1へさらにステップします。多くの具体例を分析して求めたのだと思います。P.275の表はすぐれた標本です。久留島さんは第4段までしか計算しなかつた理由がわかります。

段数を使って作られる分数に強弱を加えた表を(作り)観察します。

$\sqrt{2}$ の場合 $\sqrt{2} = 1 + (2)_{2n}$

段数	1	2	2	2	2	
	$\frac{1}{0}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{17}{12}$	$\frac{41}{29}$
(強1)	弱1	強1	弱1	強1	弱1	

強弱という視点をつき加えることで

$\sqrt{2} = 1 + (2)_n$ ではなく

$\sqrt{2} = 1 + (2)_{2n}$ であることがわかります。

分子、分母の数列を支配する数は $6 = 3 \times 2$ です。

$17 = 3 \times 6 - 1$

$41 = 7 \times 6 - 1$

$12 = 2 \times 6 - 0$

$29 = 5 \times 6 - 1$

3

$\sqrt{7}$ の場合 $\sqrt{7} = 2 + (1, 1, 1, 4)_n$

段数	2	1	1	1	4	1	1	1	
	$\frac{1}{0}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{37}{14}$	$\frac{45}{17}$	$\frac{82}{31}$	$\frac{127}{48}$
(強1)	弱3	強2	弱3	強1	弱3	強2	弱3	強1	

$127 = 8 \times 16 - 1$

$48 = 3 \times 16 - 0$

$16 = 8 \times 2$

$\frac{1}{0} \quad \frac{3}{1} \quad \frac{8}{3}$

$8 = 3 \times 3 - 1$

$3 = 1 \times 3 - 0$

弱3 - 強2 - 弱3 の場合

$3 \times 2 \div 2 = 3$

としてよいのか?

久留島さんは観察力の鋭い方だと思います。

4

$\sqrt{13}$ の場合 $\sqrt{13} = 3 + (1, 1, 1, 1, 6)_n$

段数	3	1	1	1	1	
	$\frac{1}{0}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{4}{1}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{11}{3}$	$\frac{18}{5}$
(強1)	弱4	強3	弱3	強4	弱1	

$6 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$

$\frac{119}{33} \quad \frac{137}{38} \quad \frac{256}{71} \quad \frac{393}{109} \quad \frac{649}{180}$

強4 弱3 強3 弱4 強1

$\frac{1}{0} \quad \frac{18}{5} \quad \frac{649}{180}$

$18 \times 2 = 36$

$649 = 18 \times 36 + 1$

$180 = 5 \times 36 + 0$

多くのことを知ることもできます。

n 型と $2n$ 型

$2n$ 型に「弱1」はありますが n 型にはありません。

「強1」は どちらもあります。 n 型の場合、強弱が一つはさんで一致する場合は、「1」ではありません。

回文構造を利用する場合、この問題を解決する必要が
あります。 $\sqrt{7}$ の場合、強2の2を割りました。

この方法でよいのかを確かめるために他の場合で
確かめたと思います。

P. 273 上段の方法の糸口を見つけることが
できました。