

武田 利一 様

2012.4.9

林 邦英

三角比の表をテーマにしたレポートを書きました。使った式は、

$$\tan A = \frac{1}{\tan(90^\circ - A)}$$

です。基本的な式ですが、表の有効活用に使えることがわかりました。至学館高等学校の方に教えていただきました。

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ も基本的な式ですが重要な式だとあらためて考え直しています。

開平の原理の説明

$$(a + b)^2 + c = a^2 + (2a + b)b + c$$

級数展開の原理の説明

$$(a + b)^2 = a^2 + 2a(b + b^2/2a)$$

2重根号の計算

$$\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} = \sqrt{3} + 1$$

$$4 = 3 + 1 = (\sqrt{3})^2 + 1^2$$

$$(a+b)^2$$

積の形

$$a^2 + 2ab + b^2$$

和の形

積の形の分析と和の形の分析の結びつきを示していることは大切だと思います。

折り紙をされている才と語をして、紙を折って計算をしていることを知りました。

高校の入試問題にとりくんを図形の問題のおさらいをしました。

三角比の表の観察 (その1)

A	sin A	cos A	tan A
0°	0.0000	1.0000	0.0000
30°	0.5000		
45°	0.7071	0.7071	1.0000
60°		0.5000	
90°	1.0000	0.0000	—

① $\sin A = \cos(90^\circ - A)$

$\cos A = \sin(90^\circ - A)$

② $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$

③
$$\begin{aligned} \tan(90^\circ - A) &= \frac{\sin(90^\circ - A)}{\cos(90^\circ - A)} = \frac{\cos A}{\sin A} \\ &= \frac{1}{\tan A} \end{aligned}$$

説明

① $\sin A$ $0^\circ \rightarrow 90^\circ$

$\cos A$ $90^\circ \rightarrow 0^\circ$

は同じ数値がならんでいる。

② $A = 45^\circ$ のとき $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$ なのぞ

sin と cos の比が tan であることがわかる。

 $A = 0^\circ$ のとき、

$\sin 0^\circ = 0.0000$ $\cos 0^\circ = 1.0000$ $\tan 0^\circ = 0.0000$

なのぞ $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$

であることがわかる。

③
$$\left[\begin{array}{ll} \tan 5^\circ & 0.0875 \\ & 0.1000 \\ \tan 6^\circ & 0.1051 \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{ll} \tan 85^\circ & 11.4301 \\ & 10.0000 \\ \tan 84^\circ & 9.5144 \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{ll} \tan 11^\circ & 0.1944 \\ & 0.2000 \\ \tan 12^\circ & 0.2126 \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{ll} \tan 79^\circ & 5.1446 \\ & 5.0000 \\ \tan 78^\circ & 4.7046 \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{ll} \tan 26^\circ & 0.4877 \\ & 0.5000 \\ \tan 27^\circ & 0.5095 \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{ll} \tan 64^\circ & 2.0503 \\ & 2.0000 \\ \tan 63^\circ & 1.9626 \end{array} \right.$$

$1 \div 0.1000 = 10.0000$

$1 \div 0.2000 = 5.0000$

$1 \div 0.5000 = 2.0000$

$1 \div 0.1944 \approx 5.1440$

$1 \div 0.2126 \approx 4.7037$

$1 \div 0.4877 \approx 2.0504$

$1 \div 0.5095 \approx 1.9627$

三角比の表の観察 (その2)

$A = 45^\circ$

$\sin 45^\circ = 0.7071$

$\cos 45^\circ = 0.7071$

$A = 30^\circ$

$\sin 30^\circ = 0.5000$

$\cos 30^\circ = 0.8660$

$A = 0^\circ$

$\sin 0^\circ = 0.0000$

$\cos 0^\circ = 1.0000$

$A = 60^\circ$

$\sin 60^\circ = 0.8660$

$\cos 60^\circ = 0.5000$

$A = 90^\circ$

$\sin 90^\circ = 1.0000$

$\cos 90^\circ = 0.0000$

sin A と cos A の関係は?

$\tan 81.5^\circ$ を求める。

$$\textcircled{1} \begin{array}{l} \tan 81^\circ \quad 6.3138 \\ \tan 82^\circ \quad 7.1154 \end{array} \quad \text{平均して} \quad 6.7146$$

$$\textcircled{2} \begin{array}{l} \sin 81^\circ \quad 0.9877 \\ \sin 82^\circ \quad 0.9903 \\ \cos 81^\circ \quad 0.1564 \\ \cos 82^\circ \quad 0.1392 \end{array} \quad \text{平均して} \quad 0.9890$$

$$\tan 81.5^\circ \approx \frac{0.9890}{0.1478} = 6.69147496617$$

$$\textcircled{3} \left(\frac{1}{\tan 81^\circ} + \frac{1}{\tan 82^\circ} \right) \div 2$$

$$= 0.14946173035 - a$$

$$1 \div a = 6.69067591856$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{参考値} \\ \tan 81.5^\circ = 6.691156238 \end{array} \right]$$

$\tan 1^\circ$ の精度を良くする。

$$\tan A^\circ = \frac{1}{\tan(90^\circ - A)}$$

を使います。

$$\tan 1^\circ = 0.0175 \quad \left\{ \begin{array}{l} 0.01754 \\ 0.01745 \end{array} \right.$$

$$\tan 89^\circ = 57.2900 \quad \left\{ \begin{array}{l} 57.29004 \\ 57.28995 \end{array} \right.$$

$\tan 1^\circ$ よりも $\tan 89^\circ$ の方が精度が良いことがわかります。

$$\tan 1^\circ = \frac{1}{\tan 89^\circ} = 1 \div 57.2900$$

$$= 0.01745505323$$

$$\tan 2^\circ = \frac{1}{\tan 88^\circ} = 1 \div 28.6363$$

$$= 0.03492071252$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{参考値} \\ \tan 2^\circ = 0.034920769 \end{array} \right]$$

$\sin 1^\circ$ の精度を良くする。

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} \Rightarrow \sin A = \tan A \cdot \cos A$$

$$\sin 1^\circ = \tan 1^\circ \times \cos 1^\circ$$

$$\approx 0.01745505323 \times 0.9998$$

$$\approx 0.01745156221$$

$\cos 1^\circ$ の精度を良くする。

$$\cos 1^\circ = \sqrt{1 - (\sin 1^\circ)^2} \quad \text{を使う}$$

$$\cos 1^\circ \approx 0.99984770989$$

再度、 $\sin 1^\circ$ の精度を良くする。

$$0.01745505323 \times 0.99984770989$$

$$= 0.01745239499$$

π の近似値を求める。

$$\pi \approx \frac{3 \cdot \sin 1^\circ}{2 + \cos 1^\circ} \times 180$$

を使います。

$$\frac{3 \times 0.01745239499}{2 + 0.99984770989} \times 180$$

$$= 3.1415905746$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{参考値} \\ \pi = 3.141592654 \end{array} \right]$$