

武田 利一 様

2014.6.1

林 邦英

2014.4.17レポートのP.33~P.34で行ったことをCOSの場合で確かめてみました。精度があまり良くない数値を使っても、級数展開の第3項までを決定することができました。P.7の部分では、もっと良い説明方法があると思います。もしよろしければお知らせ下さい。

急に暑くなりました。お体に気をつけて下さい。

COS の数値を使った実験

「三角比の表の観察」の数値を使います。

$$\cos 1.5^\circ = 0.99965732498 \quad (\text{P.30})$$

$$\cos 0.75^\circ = 0.99991432757 \quad (\text{P.31})$$

$\cos 0.375^\circ$ は $\tan 0.375^\circ$ (P.31) を使います。

$$\tan 0.375^\circ = 0.0065450781$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\cos 0.375^\circ = 0.99997858166$$

P.33~P.34 で行ったことを COS の場合で確かめてみます。

$$1 - \cos 1.5^\circ = 0.00034267502 \quad \text{---①}$$

$$1 - \cos 0.75^\circ = 0.00008567243 \quad \text{---②}$$

$$1 - \cos 0.375^\circ = 0.00002141834 \quad \text{---③}$$

COS の数値は 1 に近いので 1 との差を求めました。

$$\text{①} \div \text{②} = 3.99982841621 \div 4 \quad \text{---④}$$

$$4 \div \text{④} = 1.00004289778 \quad \text{---⑦}$$

$$\text{②} \div \text{③} = 3.99995657926 \div 4 \quad \text{---⑤}$$

$$4 \div \text{⑤} = 1.0000108553 \quad \text{---⑧}$$

$\cos 1.5^\circ$ より $\cos 1^\circ$ を求めます。

$$\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{4}{9} \quad 4=2^2 \text{ なので } 2 \text{ 乗します。}$$

$$1 - \text{①} \times \frac{4}{9} = 0.9998477$$

$$\text{P.32 の数値 } 0.9998476951$$

とくらべると数値の良いいことがわかります。

1.5°の円弧と①をくらべてみます。

$\pi \div 3.1415927064$ (P.1)を使います。

$\pi \div 120 \div 0.02617993922$ -⑥

$1 \div \textcircled{6} \div 38.1971856999 \div 38 \div 40$

$1 \div \textcircled{1} \div 2918.21679911 \div 2918 \div 3000$

$40 \times 40 = 1600 \div 3000 \div 2$

なぜ2乗を考えたかというにcosでは $4=2^2$

tan, sinでは $8=2^3$ が理われたからです。

⑥の数値を使います。

⑥の2乗は 0.00068538921

①×2は 0.00068535004

tan, sinより、cosの方が、次数が1つ小さいので、cosによって解明されたように考えることができます。

$$\cos \alpha \div 1 - \frac{(\text{円弧}\alpha)^2}{2}$$

②, ①の数値の4, 1に着目します。(P.6)
平方数が理われました。

$$\cos \alpha \div 1 - \frac{(\text{円弧}\alpha)^2}{2} + \frac{(\text{円弧}\alpha)^4}{?}$$

を予想します。

$$\pi \div 120 = 0.02617993922 \quad \text{--- (A)}$$

$$\pi \div 240 = 0.01308996961 \quad \text{--- (B)}$$

$$\textcircled{A}^2 \div 2 = 0.0003426946 \quad \text{--- (C)}$$

$$\textcircled{C} - \textcircled{1} = 0.00000001958 \quad \text{--- (D)}$$

$$\textcircled{A}^4 \div \textcircled{D} \div 23.99 \div 24$$

$$\textcircled{B}^2 \div 2 = 0.00008567365 \quad \text{--- (E)}$$

$$\textcircled{E} - \textcircled{2} = 0.00000000122 \quad \text{--- (F)}$$

$$\textcircled{B}^4 \div \textcircled{F} = 24.057 \div 24$$

$$\cos \alpha \doteq 1 - \frac{(\text{円弧}\alpha)^2}{2} + \frac{(\text{円弧}\alpha)^4}{24}$$

P.34の上の2行の数値を、関数電卓
CASIO fx-350MS を使って求めます。

$$\textcircled{1.5} \div \textcircled{0.75} \quad 8.00 \underline{16} 4625994$$

$$\textcircled{0.75} \div \textcircled{0.375} \quad 8.00 \underline{04} 1088393$$

$$\textcircled{0.375} \div \textcircled{0.1875} \quad 8.000 \underline{1} 0357833$$

1 → 4 → 16 が現われました。

これは tan の場合です。

精度の良い数値を使うことで

tan α の式も作れます。

sin の場合は、8 よりも少し小さい数値が
現われます。8 を割って補正して観察します。

2乗の比が現われます。

円弧を利用した角度を使って表わすと

$$\cos x \doteq 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}$$

$$\sin x \doteq x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{\square}$$

$$\tan x \doteq x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{\square}$$

このようになることを、実験から予想することが
できそうです。