

最大公約数と最小公倍数

9/19

例

21と56の最大公約数と最小公倍数を求めよ

[素因数分解] を求めると

$$\begin{array}{r} 3)21 \\ 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2)56 \\ 2)28 \\ 2)14 \\ 7 \end{array}$$

$$\begin{cases} 21 = 3 \times 7 \\ 56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \end{cases}$$

共通素因数は、7 だけ。最大公約数は7。
それ以外の素因数もかけよ。

$$7 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 168$$

最小公倍数は168

素因数分解は、少々難しいので、下の簡易法が便利。

[簡易法] を求めると

$$21 < 56 \text{ ㊦}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 1 \quad 2 \\ 7)14)21)56 \\ 14 \quad 14 \quad 42 \\ 0 \quad 7 \quad 14 \end{array}$$

最大公約数は7

定理

2つの整数 a, b の最大公約数と最小公倍数には、次の成り立ち。

$$a \times b = (\text{最大公約数}) \times (\text{最小公倍数})$$

㊦㊦㊦

$$21 \times 56 = 7 \times \text{最小公倍数}$$

$$\text{最小公倍数} = \frac{21 \times 56}{7} = 3 \times 56 = 168$$

(最小公倍数は、必ずこの定理を使って求めると計算しやすい)