

正多面体の色分け, 1, 2, 3, 4.

1 点の色分け (電飾)

n 点からなる正 N 面体の場合
(1頂点に集まる辺の数 m 本とする)
又 n (面の数)

正4面体 $\frac{4!}{3 \times 4} = \boxed{2}$ 通り

$$\frac{n!}{m \cdot n}$$

正6面体 $\frac{6!}{3 \cdot 6} = \boxed{1680}$

正12面体 $\frac{12!}{3 \times 12}$

正8面体 $\frac{8!}{4 \cdot 6} = \boxed{30}$ } $4,0548,3668,0294,4000$ 通り

正20面体 $\frac{20!}{5 \cdot 12}$

$= \boxed{798,3360}$

2 辺の色分け (ネオンサイン)

n 辺からなる正 N 面体

正4面体 $\frac{6!}{2 \cdot 6} = \boxed{60}$

$$\frac{n!}{2n}$$

正6面体 $\frac{12!}{2 \cdot 12}$

正12面体

正20 =

$\frac{30!}{2 \times 30} = \frac{29!}{2}$

正8面体 $\frac{24!}{2 \cdot 12}$

$= \boxed{442,0880,9968,6985,0977,}$

$\boxed{2718,0800,0000}$

$= \boxed{1995,8400}$

3 面の色分け (サイン)

正 n 角形 N 個からなる正 N 面体

正4面体 $\frac{4!}{3 \times 4} = \boxed{2}$

$$\frac{N!}{nN}$$

正6面体 $\frac{6!}{4 \cdot 6} = \boxed{30}$

正12面体 $\frac{12!}{5 \cdot 12} = \frac{11!}{5}$

$\boxed{798,336}$

正8面体 $\frac{8!}{3 \cdot 8} = \boxed{1680}$

正20面体 $\frac{20!}{3 \cdot 20} = \frac{19!}{3}$

$\boxed{4,0548,3668,0294,4000}$

() 右の3つの[公式]は、全て「対称性」の考え方が、そのアタリである。

対象物数!

対称の総数

2012, 5, 15

() ①、点について、 n 個の点があるとき、 $n!$ 通りの色分けが考えられる。しかしこの立体は、点に関して n 方向対称になっている。次に1点をある色に固定したとき、その点を通る中心線のまわりに、 m 方向対称である。よって求める場合の数は、 $n!/mn$

() ②、辺について、 n 本の辺があるとき、 $n!$ 通りの色分けが考えられる。しかしこの立体は、辺に関して、 n 方向対称になっている。次に1辺をある色に固定したとき、その辺の逆向きを考えると、 2 方向対称である。よって求める場合の数は、 $n!/2n$

() ③、面について、 N 枚の面があるとき、 $N!$ 通りの色分けが考えられる。しかしこの立体は、面に関して、 N 方向対称になっている。次に1面をある色に固定したとき、その面の中心を通る垂線のまわりに、 n 方向対称である。よって求める場合の数は、 $N!/nN$

※正四面体、正六面体、正八面体については計算可能だが、

正12面体、正20面体については、一部桁数の関係で通常の電卓では無理か!