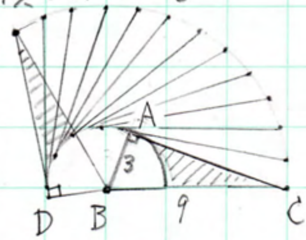
(1) 図のような直角△ABCを、Bを中心として左に120°回転した図形を△DBEとするとき、線分ACが通過した部分の面積を求めよ。



(解) 求める面積Sは、図の10°毎に回転した状態を記した部分である。

全面積 ＝ 扇形BCE ＋ △DBE

一)  ＝ 扇形BAD ＋ △ABC

辺々ひき算：$S = \frac{1}{3}\pi \cdot 9^2 - \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 = \boxed{24\pi}$　$\left(\begin{matrix} AB=3 \\ BC=9 \end{matrix}\right)$とする。

※ ポイント ① 求める部分を図の中で確認すること。
② △ABC ＝ △DBE であるがその面積の算出は不要。
③ 面積を作り出す線分移動がその法線方向ではないこと。
④ さらにその線分の長さも不要であること。

(2) 右図のように、1から左まわりに2, 3, 4, ……と記した数の並びがある。

1を含む横並びn個の数列について左端、右端の数の和をnの式で表わせ。

31	30	29	28	27	26	49
32	13	12	11	10	25	48
33	14	3	2	9	24	47
34	15	4	1	8	23	46
35	16	5	6	7	22	45
36	17	18	19	20	21	44
37	38	39	40	41	42	43

(解) nが偶数の場合

34：左端 $= n^2 - \left(\frac{n}{2} - 1\right) = n^2 - \frac{1}{2}n + 1$

(n=6)

↑

23：右端 $= n^2 - (n-1) - (n-1) - \frac{n}{2} = n^2 - \frac{5}{2}n + 2$　∴ 和 $= \boxed{2n^2 - 3n + 3}$

(想定)

nが奇数の場合

↓

$\boxed{34}$：左 $= n^2 - (n-1) - (n-1) - \frac{n-1}{2} = n^2 - \frac{5}{2}n + \frac{5}{2}$

(n=7)

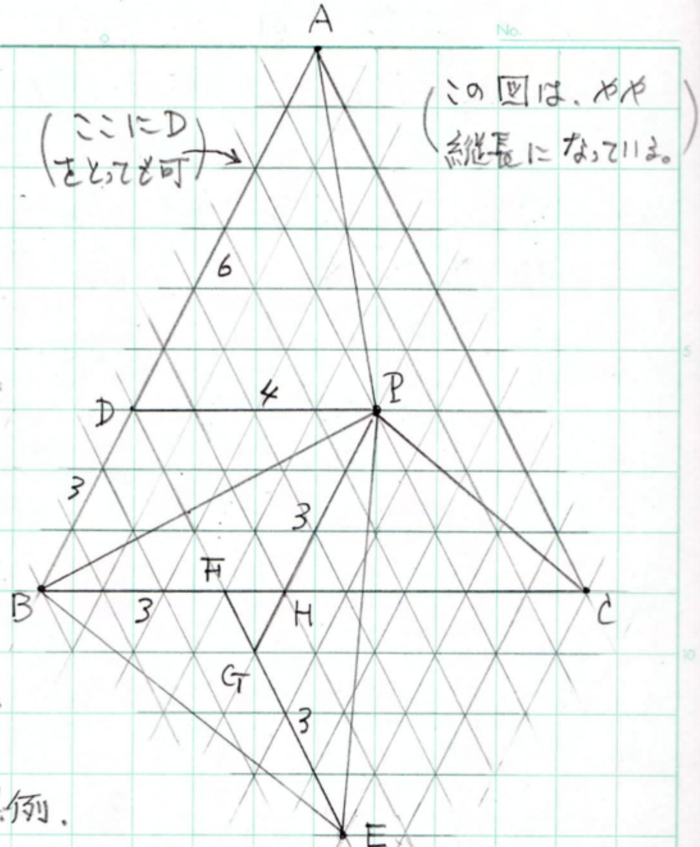
$\boxed{46}$：右 $= n^2 - \frac{n-1}{2} = n^2 - \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}$　∴ 和 $= \boxed{2n^2 - 3n + 3}$

※「n^2の数から、戻って左端、右端に達する」と考える。

(3) 右図は、3方向網目格子の格子点を結んだ図形である。

△ABC は面積81 とする。
（小正△81個分とする。）

△PAB = 36, △PBC = 27 のとき PB を一辺とする正△の面積を求めよ。



（解）このシステムに於ける△の面積は、網目に沿った2辺の積と考えてよい。

$$\left(\begin{array}{l}\triangle PAD = 6\times 4 = 24\\ \triangle PBD = 3\times 4 = 12\\ \therefore \triangle PAB = 36\end{array}\right)$$ 確認例.

PB を一辺とする正△の第3点Eを右下に記入。　※縦線は無視し、正△の網目として考える。

$\triangle BEF = \triangle EPG = \triangle PBH = 3\times 4 = 12$, $\triangle FGH = 1$.

$\therefore \triangle PBE = 12\times 3 + 1 = \boxed{37}$

※ 左の(2)の別解として、実際に両端の数の和、S_n を示してみると、

$S_1 = 1+1 = 2$
$S_2 = 1+4 = 5$
$S_3 = 4+8 = 12$
$S_4 = 8+15 = 23$
$S_5 = 15+23 = 38$
⋮
$S_n = \quad = \square$

（差）3, 7, 11, 15, …, b_{n-1}

$S_n = 2 + (3+7+11+\cdots+b_{n-1})$

初項3、公差4の等差数列 $(n-1)$ 項の和

$b_{n-1} = 3 + 4(n-2)$
$= 4n-5$（末項）

$= 2 + \dfrac{(n-1)\{3+(4n-5)\}}{2}$

$= 2 + \dfrac{(n-1)(4n-2)}{2} = \boxed{2n^2-3n+3}$