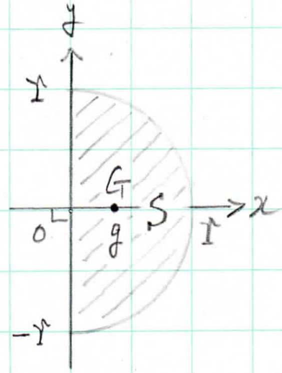
No. 16. 重心考 ※パップス・ギュルダンの定理より. 月 日

(1) 半円板の重心 G$(g, 0)$

(i) 半径rの球の体積

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$ (Sの回転体)



(ii) 半径rの半円板の面積

$$S = \frac{1}{2}\pi r^2$$

(iii) 半径gの円周 (重心Gの移動距離) $l = 2\pi g$

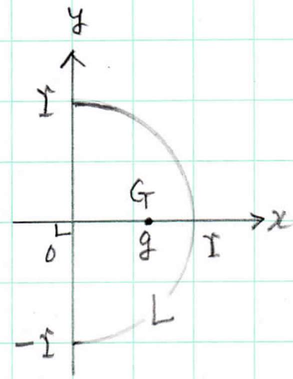
※ $V = S \cdot l$ より. $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{2}\pi r^2 \cdot 2\pi g$

$$\therefore g = \boxed{\frac{4}{3\pi} r} \fallingdotseq 0.42r$$

(2) 半円周の重心: G$(g, 0)$

(i) 半径rの球の表面積

$$S = 4\pi r^2$$ (Lの回転体)



(ii) 半径rの半円周の長さ

$$L = \pi r$$

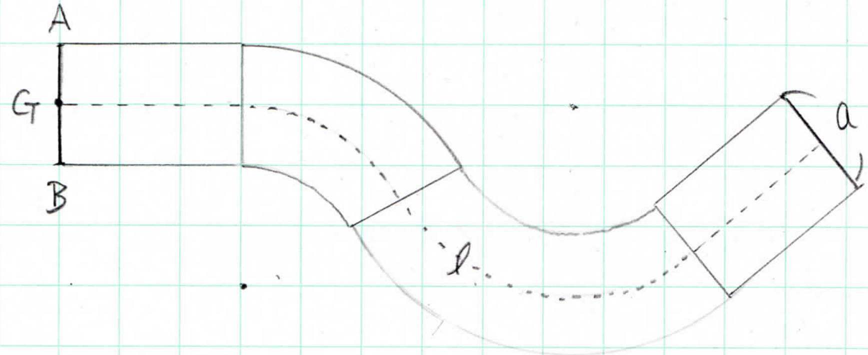
(iii) 半径gの円周 (重心Gの移動距離) $l = 2\pi g$

※ $S = L \cdot l$ より $4\pi r^2 = \pi r \times 2\pi g$

$$\therefore g = \boxed{\frac{2}{\pi} r} \fallingdotseq 0.64r$$

※ パップス・ギュルダンの定理、の利用として。

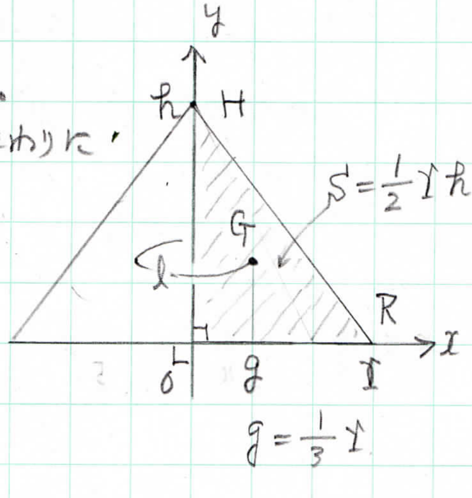
(1) 「線」が移動して、「面」ができる。（移動は常に法線方向でなければならない！）
（長さ）　（面積）



図のような等幅 a で中央線の長さが l の道路の面積 S は、

$S = a \cdot l$ で求められる。（l：ABの重心Gの移動距離）

(2) 「面が移動して、「立体」ができる。
図のように、直角△HORが y 軸のまわりに回転して、円錐ができると考える。



$S = \frac{1}{2} r h$

Gの移動距離 $l = 2\pi g = \frac{2}{3}\pi r$

∴ 円錐の体積 V は

$V = S \cdot l = \frac{1}{2} r h \times \frac{2}{3}\pi r = \boxed{\frac{1}{3}\pi r^2 h}$ …（円柱の場合の $\frac{1}{3}$ である。）