No. 24 素数の出現個数について 2016. 8月 15日

（素現対数の底 $p = 2.851\cdots$）

項目7、より、1〜n に於ける素数の出現個数 $\pi(n)$ は、下記の通りである。

（現代数学教育事典より）

※ $\pi(n) = \left[\dfrac{n}{\log_p n}\right]$ としてみると、

$\pi(10) = 4$	$\pi(10) = \left[\dfrac{10\log_{10} 2.851}{\log_{10} n}\right] = \left[\dfrac{4.55}{1}\right] = 4$
$\pi(10^2) = 25$	$\pi(10^2) = \left[\dfrac{45.5}{2}\right] = 22$
$\pi(10^3) = 168$	$\pi(10^3) = \left[\dfrac{455}{3}\right] = 151$
$\pi(10^4) = 1229$	$\pi(10^4) = \left[\dfrac{4550}{4}\right] = 1135$
$\pi(10^5) = 9592$	$\pi(10^5) = \left[\dfrac{45500}{5}\right] = 9100$
$\pi(10^6) = 7{,}8498$	$\pi(10^6) = \left[\dfrac{455000}{6}\right] = 7{,}5833$
$\pi(10^7) = 66{,}4579$	$\pi(10^7) = \left[\dfrac{4550000}{7}\right] = 65{,}0000$
$\pi(10^8) = 576{,}1455$	$\pi(10^8) = \left[\dfrac{45500000}{8}\right] = 568{,}7500$
$\pi(10^9) = 5084{,}7534$	$\pi(10^9) = \left[\dfrac{455000000}{9}\right] = 5055{,}5555$
$\pi(10^{10}) = 4{,}5505{,}2511$	$\pi(10^{10}) = \left[\dfrac{4550000000}{10}\right] = 45500{,}0000$

※ 底として p を用いた近似は、自然対数の底 e を用いた場合よりも、$n \leqq 10^{10}$ では、より実値に近いが、$10^{10} < n$ では不明。

素現対数の底 p の定義と極限値

(2)

左ページ、(第24項目)による $\pi(n)$ に従って

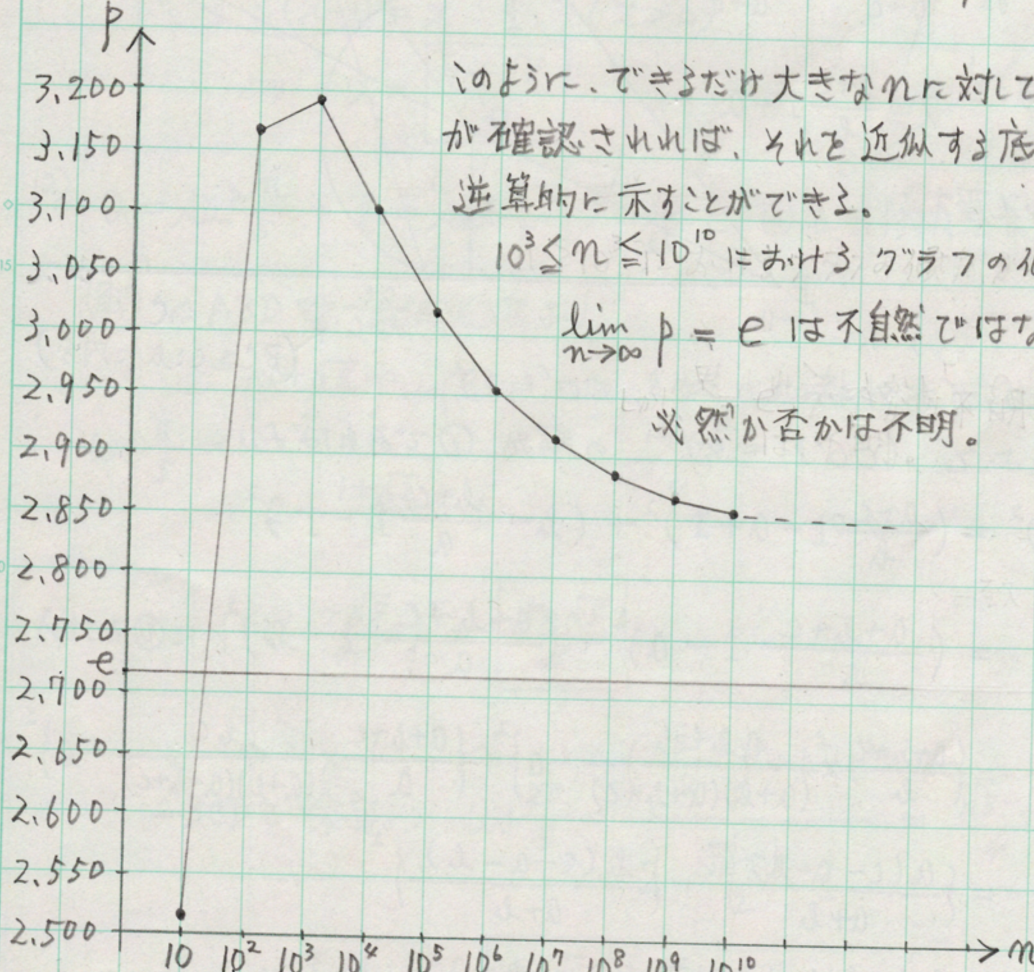
$$\pi(n)=\frac{n}{\log_p n}=\frac{n\cdot\log_{10}p}{\log_{10}n} \quad \text{より} \quad \log_{10}p=\frac{\log_{10}n\times\pi(n)}{n}$$

$n=10$ で $\log_{10}p=\frac{1\times4}{10}=0.4000 \quad \therefore p=2.512$ 以下同様にして

$n=10^2$ で $p=3.162$, $n=10^3$ で $p=3.192$, $n=10^4$ で $p=3.104$

$n=10^5$ で $p=3.017$, $n=10^6$ で $p=2.952$, $n=10^7$ で $p=2.919$

$n=10^8$ で $p=2.890$, $n=10^9$ で $p=2.868$, $n=10^{10}$ で $p=2.851$



このように、できるだけ大きな n に対して $\pi(n)$ が確認されれば、それを近似する底 p を逆算的に示すことができる。

$10^3\leqq n\leqq10^{10}$ におけるグラフの傾向から

$\lim_{n\to\infty}p=e$ は不自然ではないが、

必然か否かは不明。